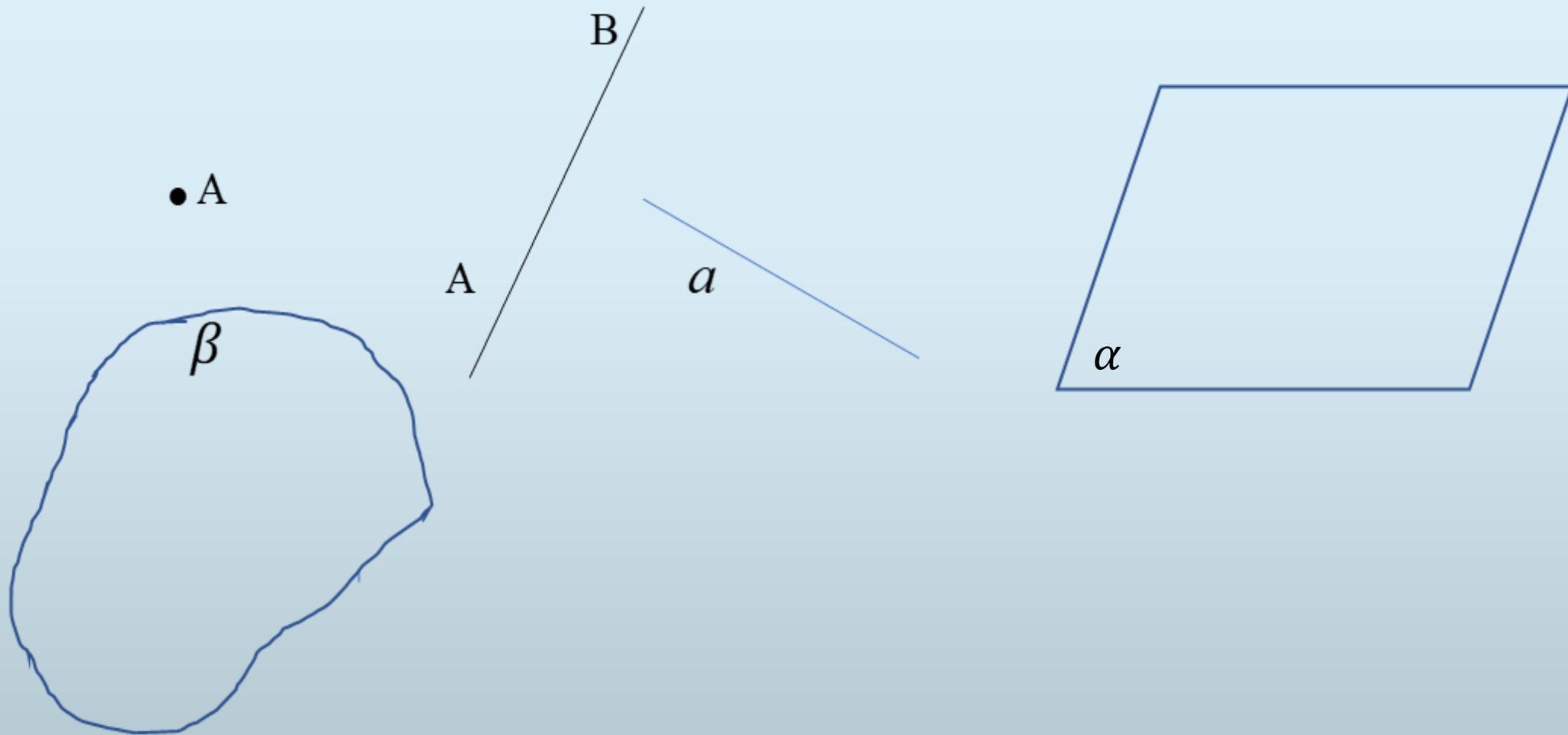


Геометрия

Стереометрия

учитель математики: Мусиева К.Н.

Стереометрия изучает геометрические фигуры в пространстве.
Основные фигуры стереометрии: точка, прямая и плоскость.
Геометрические фигуры в пространстве состоят из этих основных фигур

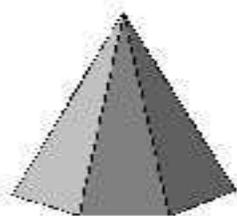
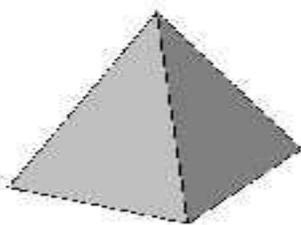


КЛАССИФИКАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

ГРАННЫЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА



n-угольные призмы



n-угольные пирамиды

ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ



Цилиндр



Конус



Шар

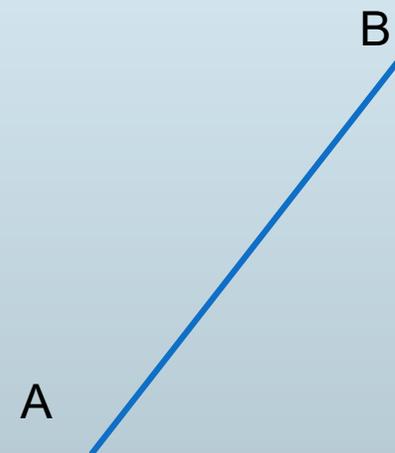
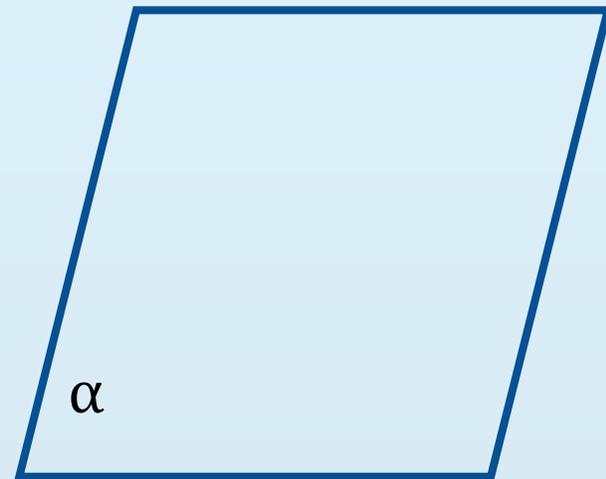


Изображение и обозначение основных фигур стереометрии

Точки обозначаются прописными (заглавными) буквами латинского алфавита: A, B, C, D, E, \dots

Прямые обозначаются строчными (малыми) буквами латинского алфавита: a, b, c, d, f, \dots или же двумя прописными (заглавными) буквами латинского алфавита: AB, CD, EF, GH, \dots

Плоскости изображаются в виде параллелограмма или замкнутой области, и обозначаются греческими буквами: $\alpha, \beta, \gamma, \dots$

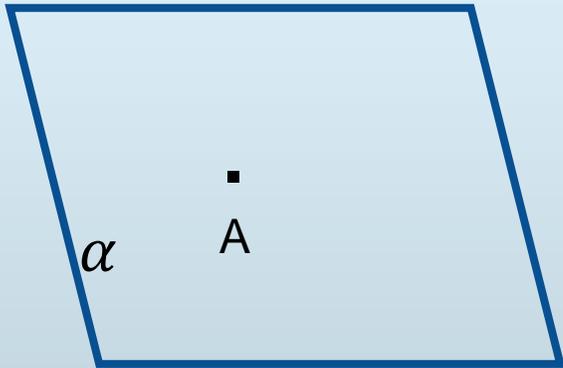


Аксиома 1. Какова бы ни была плоскость, существуют точки, которые принадлежат этой плоскости, и существуют точки, которые ей не принадлежат.

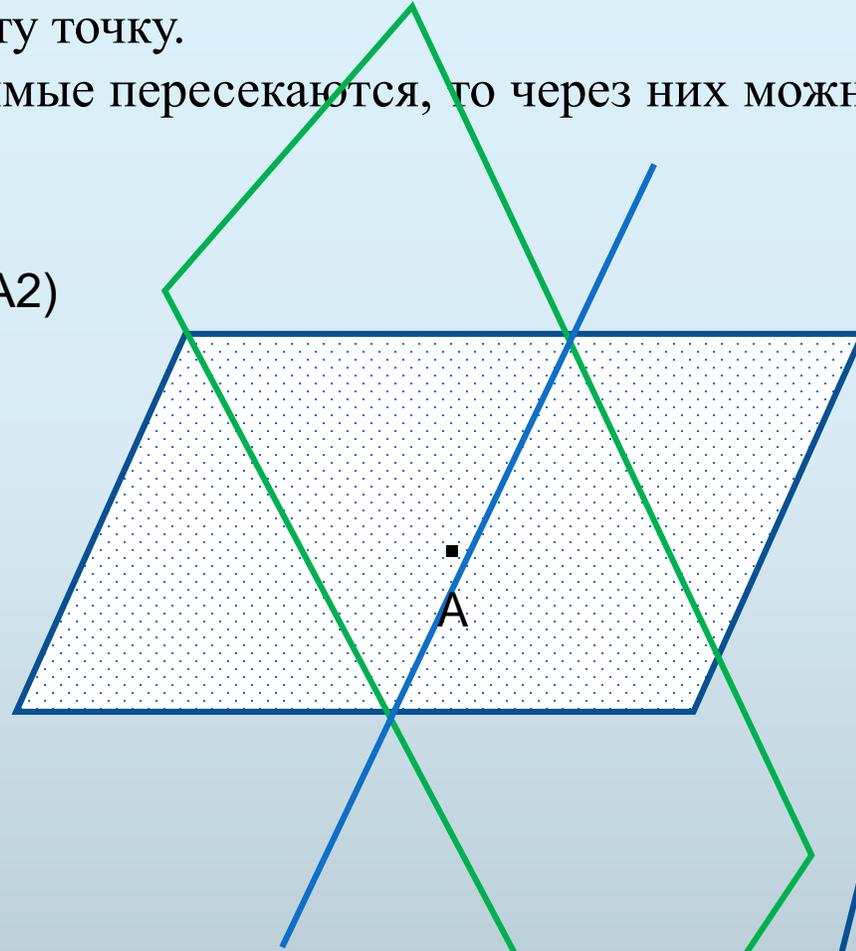
Аксиома 2. Если две различные плоскости имеют общие точки, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.

Аксиома 3. Если две прямые пересекаются, то через них можно провести плоскость, и только одну.

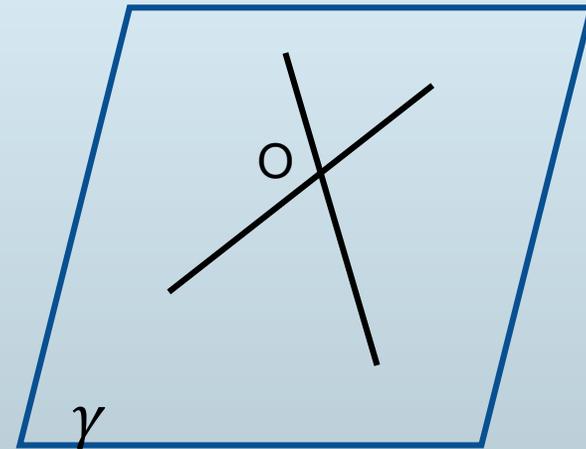
A1) $\cdot B$



A2)

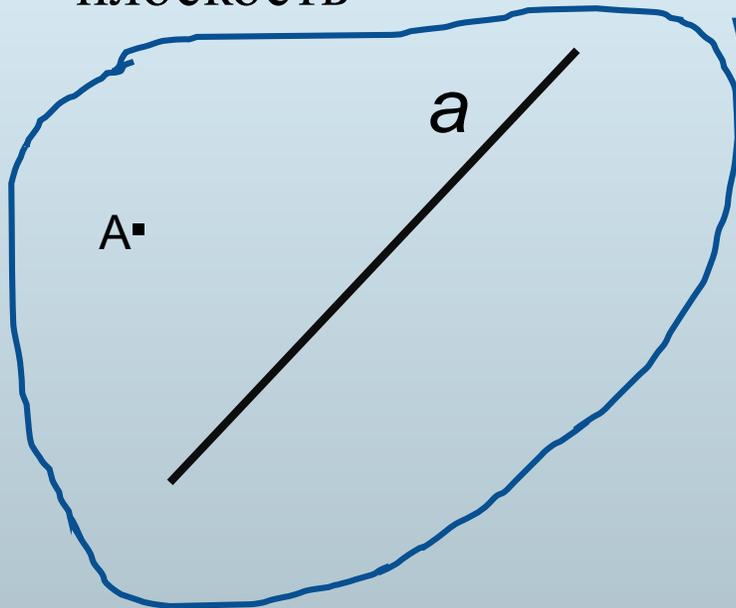


A3)

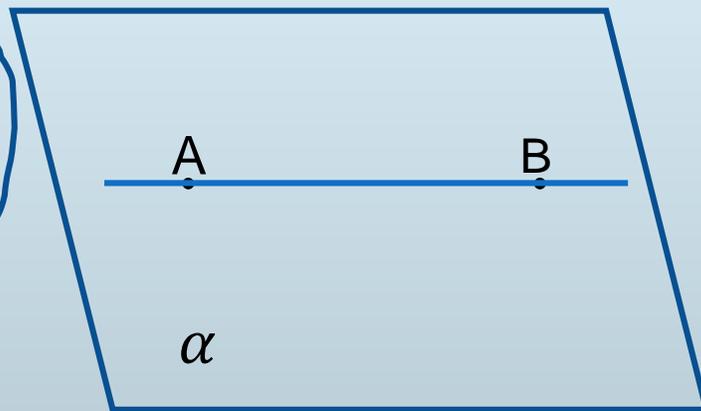


Следствия из аксиом

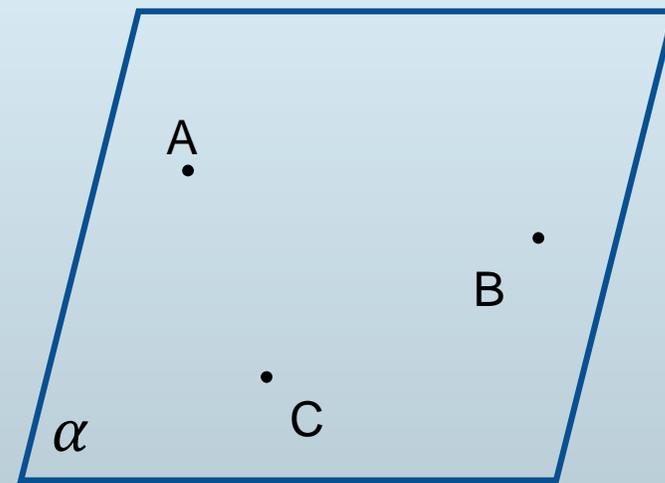
1) Через прямую a и точку A , не принадлежащую прямой a , можно провести единственную плоскость



2) Если две точки принадлежат плоскости α , т.е. $A \in \alpha$, $B \in \alpha$, то прямая AB целиком лежит в плоскости α , т.е. $AB \in \alpha$

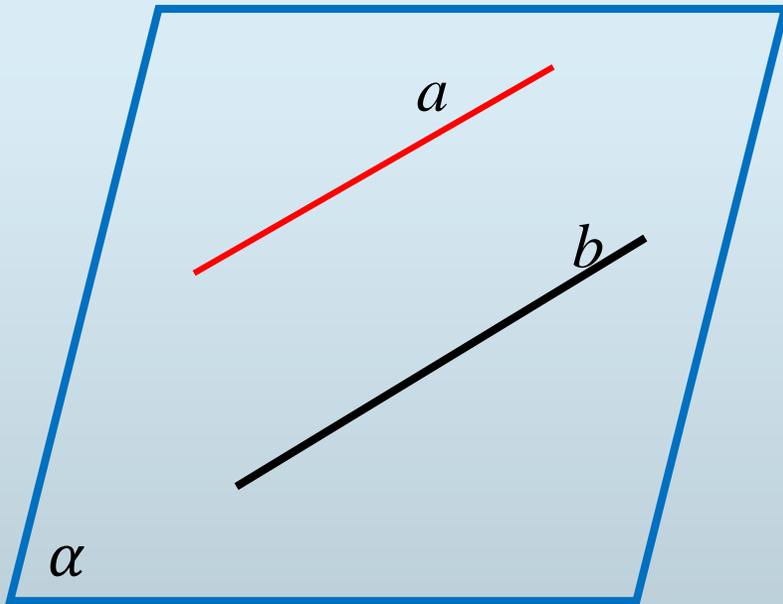


3) Через точки A, B, C , не лежащие на одной прямой, можно провести единственную плоскость

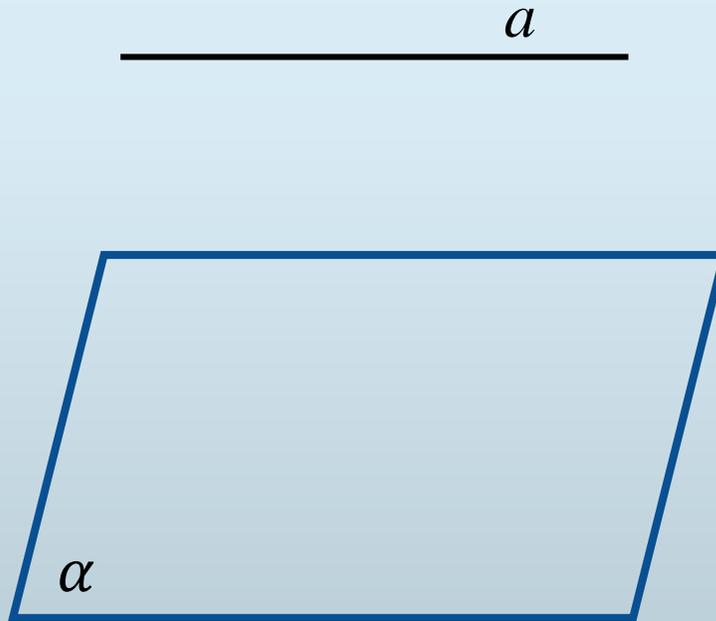


Параллельность прямых и плоскостей

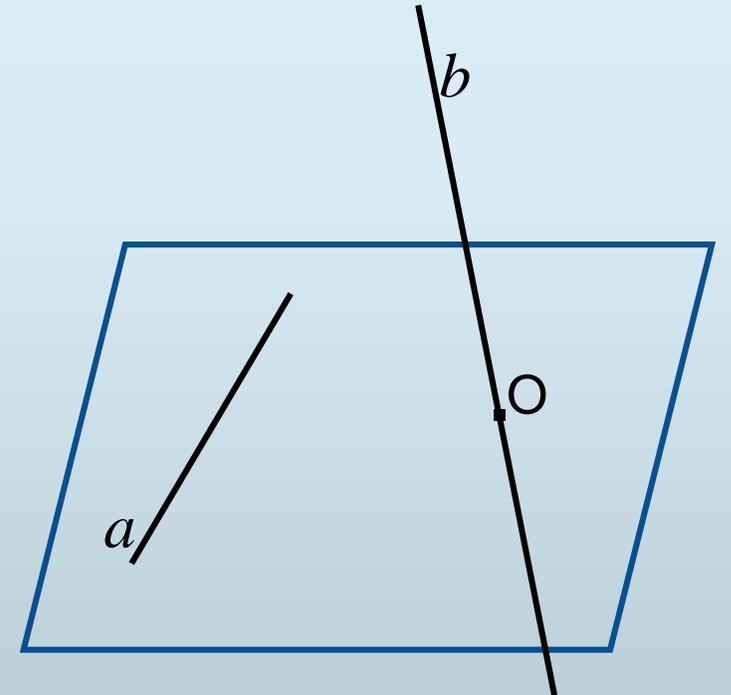
1) Прямые a и b параллельны, $a \parallel b$, если они, во-первых, лежат в одной плоскости и, во вторых, не пересекаются



2) Прямая a и плоскость α параллельны, т.е. $a \parallel \alpha$, если они не пересекаются.

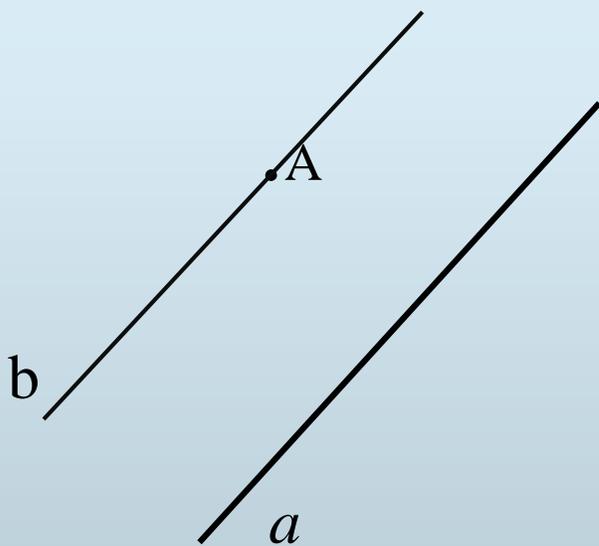


3) Прямые скрещиваются, если они не пересекаются и не лежат в одной плоскости.

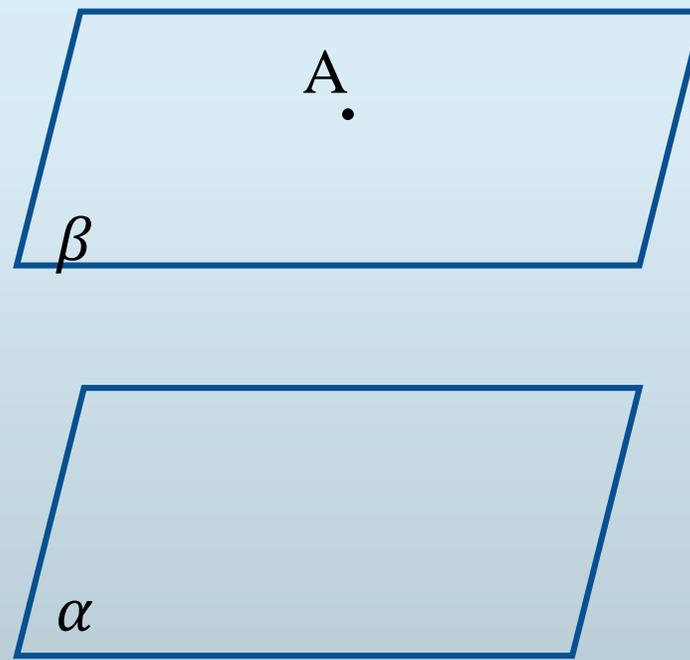


Параллельность прямых и плоскостей

1. Через точку, не лежащую на прямой, можно провести прямую, параллельную данной прямой, причем только одну.



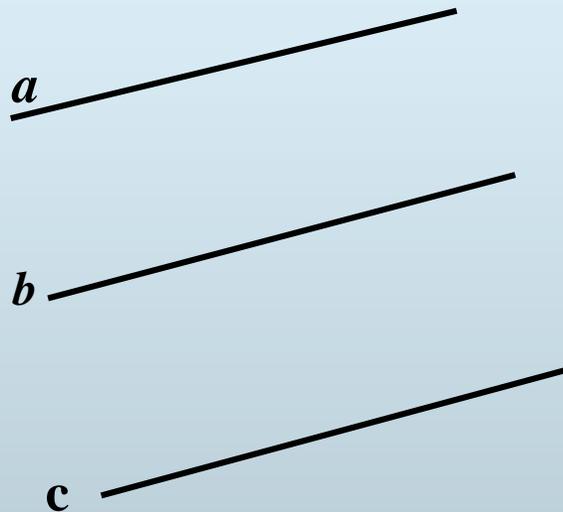
2. Через точку, не лежащую в данной плоскости, можно провести плоскость, параллельную данной плоскости, и притом только одну



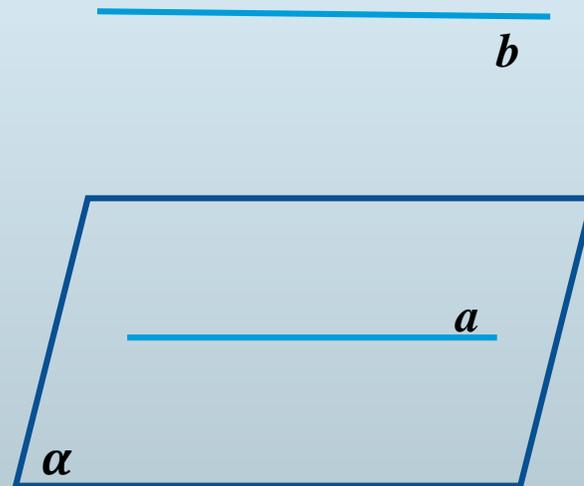
$A \notin \alpha, \quad A \in \beta, \quad \alpha \parallel \beta \quad \beta$ – единственная

Признаки параллельности прямой и плоскости

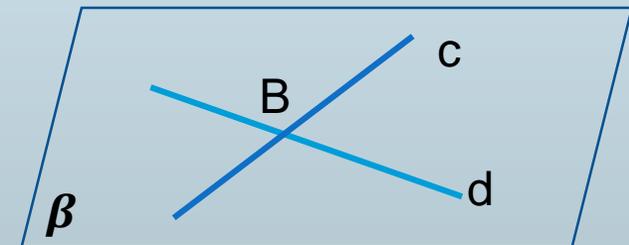
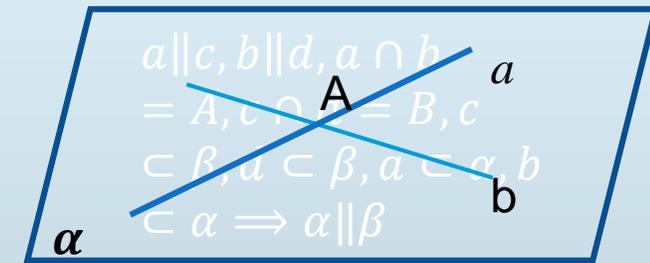
1) Две прямые, a и b , параллельные третьей прямой c , т.е. $a \parallel c$ и $b \parallel c$, сами параллельны, т.е. $a \parallel b$



2) Если прямая b параллельна прямой a , лежащей в плоскости α , т.е. $a \in \alpha$, то прямая b и плоскость α параллельны, т.е. $b \parallel \alpha$



3) Две плоскости параллельны, если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, т.е.

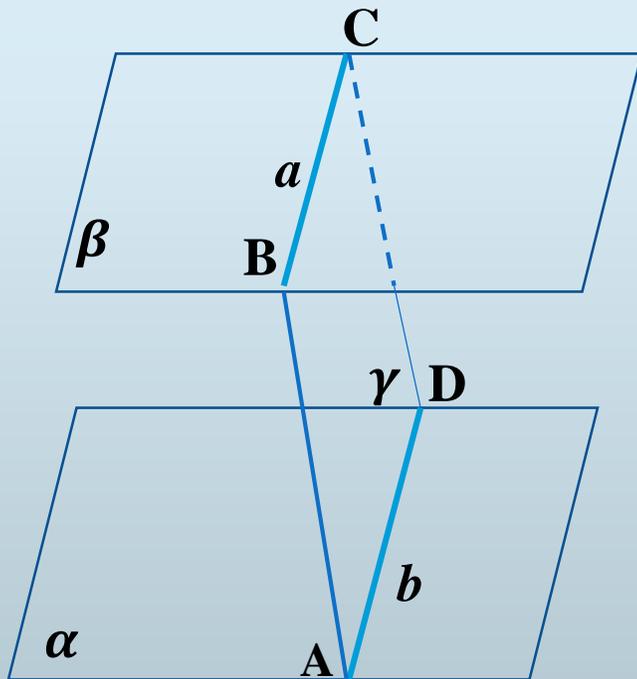


3) $a \parallel c, b \parallel d, a \cap b = A, c \cap d = B, c \subset \beta, d \subset \beta, a \subset \alpha, b \subset \alpha \Rightarrow \alpha \parallel \beta$

Свойства параллельных плоскостей

- Линии пересечения (т.е. прямые) двух параллельных плоскостей третьей плоскостью параллельны между собой.
- Отрезки параллельных прямых, которые заключены между параллельными плоскостями, равны между собой

- $AB=CD$



$\alpha \parallel \beta$ – плоскости параллельны,

$$\gamma \cap \alpha = a,$$

$$\gamma \cap \beta$$

$$= b$$

– плоскости α и β пересекают плоскость γ ,

$$a \parallel b$$

Параллельное проектирование

Пусть задана плоскость α , на которую проектируется фигура Φ , и прямая l , пересекающая эту плоскость (параллельно которой проводим прямые через точки фигуры Φ).

При параллельном проектировании точка A фигуры Φ переходит в точку A_1 на плоскости α .

Отрезки фигуры Φ переходят в отрезки на плоскости проекции (т.е. плоскости α), параллельные отрезки фигуры Φ переходят в параллельные отрезки на плоскости α .

При параллельном проектировании прямые переходят в прямые, также сохраняются отношения длин отрезков, лежащих на прямой.

Решение задач

Задача 1

- Через концы отрезка AB , не пересекающего плоскость α и точку C - середину этого отрезка, проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость α в точках A_1, B_1 и C_1 соответственно. Найдите длину отрезка CC_1 , если $AA_1 = 12$ см, а $BB_1 = 6$ см

Задача 2

- Плоскость α , параллельная стороне BC треугольника ABC , пересекает стороны AB и AC в точках M и N соответственно. Найдите длину отрезка BC , если MN равен 6 см, $AM:MB=3:5$.